



DOI: 10.26820/reciamuc/6.(3).julio.2022.281-293

URL: <https://reciamuc.com/index.php/RECIAMUC/article/view/908>

EDITORIAL: Saberes del Conocimiento

REVISTA: RECIAMUC

ISSN: 2588-0748

TIPO DE INVESTIGACIÓN: Artículo de revisión

CÓDIGO UNESCO: 5304.04 Comercio Exterior

PAGINAS: 281-293






Aplicación de Matemáticas al Comercio Exterior

Application of Mathematics to Foreign Trade

Aplicação da Matemática ao Comércio Externo

Jorge Enrique Ordóñez García¹; Eduardo Erasmo Morán Quijiye²; Barbara de Lourdes Sambonino García³

RECIBIDO: 20/06/2022 **ACEPTADO:** 10/07/2022 **PUBLICADO:** 01/08/2022

1. Magister en Automatización y Control Industrial; Master Universitario en Didáctica de las Matemáticas en Educación Secundaria y Bachillerato; Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones; Universidad de Guayaquil; Guayaquil, Ecuador; jorge.ordonezga@ug.edu.ec;  <https://orcid.org/0000-0002-0888-7481>
2. Magister en Docencia y Gerencia en Educación Superior; Magister en Economía Mención en Desarrollo Económico y Políticas Públicas; Economista; Universidad de Guayaquil; Guayaquil, Ecuador; eduardo.moranq@ug.edu.ec;  <https://orcid.org/0000-0001-8730-2711>
3. Magister en Comercio Exterior Mención Gestión Aduanera; Ingeniera Comercial; Universidad de Guayaquil; Guayaquil, Ecuador; lourdes.samboninog@ug.edu.ec;  <https://orcid.org/0000-0002-6135-2048>

CORRESPONDENCIA

Enrique Ordóñez García

jorge.ordonezga@ug.edu.ec

Guayaquil, Ecuador

ABSTRACT

Un modelo es una representación matemática simplificada de una realidad compleja. Modelar es la acción de construir una relación entre variables cuyo ámbito es complejo y dinámico, la mayoría de las veces, el desarrollo de un Modelo puede involucrar a un equipo multidisciplinario compuesto por matemáticos, estadísticos, ingenieros, economistas, psicólogos, etc. que aportan diferentes perspectivas y conocimiento a la representación de la realidad. Un modelo es una herramienta de ayuda a la toma de decisiones. Por esta razón, sus resultados deben ser inteligibles y útiles. Es una ciencia pues se basa en un conjunto de procesos estructurados (método científico): análisis y detección de las relaciones entre los datos, establecimiento de suposiciones y aproximaciones en la representación de los problemas, desarrollo o uso de algoritmos específicos de solución. Las Redes Neuronales Artificiales (RNA), son modelos matemáticos que replican de manera simplificada el procesamiento de información del cerebro para discriminar y clasificar las empresas en un perfil exportador e identificar oportunidades de mejora. Los conceptos de la teoría de los juegos, consiste en una concepción del mundo como si fuera un juego matemático; un mundo regido por una lógica universal en el que la persona posee y actúa como un ser perfectamente lógico que trata con la realidad intercambiando información matemática. Aplica metodología cuantitativa, se señalan las principales reglas del juego, desarrollo de las negociaciones, indicando las jugadas estratégicas, número de jugadores, solicitudes de cada jugador y beneficio que permita alcanzar un acuerdo en equilibrio para ambas naciones. El enfoque estocástico de las redes bayesianas en contraposición con el determinista del análisis (DEA) permite contrastar hipótesis estadísticas y proponer diferentes escenarios para los casos de estudio. Por el contrario, el análisis DEA, en relación a las redes bayesianas proporcionan una distribución de probabilidad que permite realizar supuestos. Otra ventaja de las redes es su capacidad para trabajar con un número grande de variables y ser capaz de tratar correctamente los outliers. Las redes Bayesianas tienen un número de características que hacen que sean apropiadas para el apoyo a los gestores de infraestructuras portuarias. El GAMS trata de minimizar los costes variables de operación en un intervalo horario unitario compuestos por los costes variables de los grupos analizados, los costes de oportunidad de los grupos hidráulicos cuando producen por encima de su potencia programada y el coste variable de la potencia no suministrada. Se aplicó una metodología descriptiva, con un enfoque documental, es decir, revisar fuentes disponibles en la red, con contenido oportuno y relevante para dar respuesta a lo tratado en el presente artículo.

Palabras clave: Modelos, Matemáticas, Estadísticos, Estocásticos, Determinísticos, Comercio Exterior, Pymes, Competitividad, Estrategias, Eficiencia.

RESUMEN

A model is a simplified mathematical representation of a complex reality. Modeling is the action of building a relationship between variables whose scope is complex and dynamic, most of the time, the development of a Model can involve a multidisciplinary team made up of mathematicians, statisticians, engineers, economists, psychologists, etc. that bring different perspectives and knowledge to the representation of reality. A model is a decision support tool. For this reason, your results must be intelligible and useful. It is a science because it is based on a set of structured processes (scientific method): analysis and detection of relationships between data, establishment of assumptions and approximations in the representation of problems, development or use of specific solution algorithms. Artificial Neural Networks (ANN) are mathematical models that replicate in a simplified way the information processing of the brain to discriminate and classify companies in an export profile and identify opportunities for improvement. The concepts of game theory consist of a conception of the world as if it were a mathematical game; a world governed by a universal logic in which the person possesses and acts as a perfectly logical being dealing with reality by exchanging mathematical information. It applies quantitative methodology, the main rules of the game are indicated, development of negotiations, indicating the strategic moves, number of players, requests of each player and benefit that allows reaching an agreement in balance for both nations. The stochastic approach of Bayesian networks as opposed to the deterministic approach to analysis (DEA) allows testing statistical hypotheses and proposing different scenarios for the case studies. On the contrary, DEA analysis, in relation to Bayesian networks, provides a probability distribution that allows assumptions to be made. Another advantage of networks is their ability to work with a large number of variables and to be able to deal with outliers correctly. Bayesian networks have a number of characteristics that make them suitable for supporting port infrastructure managers. The GAMS tries to minimize the variable costs of operation in a unit hourly interval composed of the variable costs of the analyzed groups, the opportunity costs of the hydraulic groups when they produce more than their programmed power and the variable cost of the power not supplied. A descriptive methodology was applied, with a documentary approach, that is, reviewing sources available on the network, with timely and relevant content to respond to what is discussed in this article.

Keywords: Models, Mathematics, Statistics, Stochastic, Deterministic, Foreign Trade, SMEs, Competitiveness, Strategies, Efficiency.

RESUMO

Um modelo é uma representação matemática simplificada de uma realidade complexa. A modelação é a acção de construir uma relação entre variáveis cujo âmbito é complexo e dinâmico, na maioria das vezes, o desenvolvimento de um Modelo pode envolver uma equipa multidisciplinar composta por matemáticos, estatísticos, engenheiros, economistas, psicólogos, etc., que trazem diferentes perspectivas e conhecimentos para a representação da realidade. Um modelo é uma ferramenta de apoio à decisão. Por esta razão, os seus resultados devem ser inteligíveis e úteis. É uma ciência porque se baseia num conjunto de processos estruturados (método científico): análise e deteção de relações entre dados, estabelecimento de hipóteses e aproximações na representação de problemas, desenvolvimento ou utilização de algoritmos de solução específicos. As Redes Neurais Artificiais (ANN) são modelos matemáticos que replicam de forma simplificada o processamento da informação do cérebro para discriminar e classificar empresas num perfil de exportação e identificar oportunidades de melhoria. Os conceitos da teoria dos jogos consistem numa concepção do mundo como se fosse um jogo matemático; um mundo governado por uma lógica universal em que a pessoa possui e age como um ser perfeitamente lógico lidando com a realidade através da troca de informação matemática. Aplica uma metodologia quantitativa, são indicadas as principais regras do jogo, o desenvolvimento de negociações, indicando os movimentos estratégicos, o número de jogadores, os pedidos de cada jogador e o benefício que permite chegar a um acordo em equilíbrio para ambas as nações. A abordagem estocástica das redes Bayesianas em oposição à abordagem determinista da análise (DEA) permite testar hipóteses estatísticas e propor diferentes cenários para os estudos de caso. Pelo contrário, a análise DEA, em relação às redes Bayesianas, proporciona uma distribuição de probabilidades que permite fazer suposições. Outra vantagem das redes é a sua capacidade de trabalhar com um grande número de variáveis e de ser capaz de lidar correctamente com os valores aberrantes. As redes Bayesianas têm uma série de características que as tornam adequadas para apoiar os gestores de infra-estruturas portuárias. O GAMS tenta minimizar os custos variáveis de funcionamento num intervalo horário unitário composto pelos custos variáveis dos grupos analisados, os custos de oportunidade dos grupos hidráulicos quando produzem mais do que a sua potência programada e o custo variável da potência não fornecida. Foi aplicada uma metodologia descritiva, com uma abordagem documental, ou seja, a revisão das fontes disponíveis na rede, com conteúdo atempado e relevante para responder ao que é discutido neste artigo.

Palavras-chave: Modelos, Matemática, Estatística, Estocástica, Determinista, Comércio Externo, PMEs, Competitividade, Estratégias, Eficiência.

Introducción

En el mundo actual no existe la competencia perfecta sino imperfecta, esta imperfección permite que muchos sectores de la economía obtengan ganancias extraordinarias, no siendo el caso de muchos países Latinoamericanos cuyas exportaciones son en gran medida productos agrícolas y bienes con poca industrialización. Conociendo estas condiciones desiguales hacen necesarios aprovechar las estrategias y Modelos matemáticos que permitan orientar y medir el aporte de determinados rubros exportables a su economía.

La aplicación de las matemáticas y probabilidades permite por ejemplo la orientación a la actividad exportadora, es una interesante línea de estudio en la que las organizaciones pueden identificar oportunidades de negocio en el mercado internacional, “siendo más competitivas y reduciendo los riesgos asociados a la toma de decisiones” (De la Hoz & Lopez, 2017). En la bibliografía consultada se plantean que la actividad exportadora estará asociada al logro de ventajas competitivas en los mercados, la interrelación de variables como la visión, el comportamiento, la percepción y la actitud de directivos en el desarrollo de la dinámica de comercio exterior juega un papel importante.

La importancia que juega la orientación exportadora en los resultados de las exportaciones y por ende en su economía, así como la relación existente entre esta orientación y la innovación en el éxito de los negocios, generan que las empresas mejor preparadas en el aprovechamiento de la información disponible, relacionada con el comercio exterior, tienen mejor desempeño y mejores oportunidades para satisfacer las expectativas del cliente objetivo, así como posicionarse en mercados nacionales y foráneos.

Un ejemplo de lo mencionado anteriormente se observa en identificar el comportamiento del movimiento de carga aérea en México;

mediante la realización de proyecciones y desarrollo de Modelos matemáticos para estimar el comportamiento futuro de los flujos de carga aérea en los principales aeropuertos nacionales, recoge la información pertinente en un sistema de información geográfica. El aporte de este artículo consiste en generar conocimiento objetivo con base en información de bibliografía disponible respecto a la aplicación de Modelos matemáticos para tener un sólido sustento analítico en el diagnóstico y por ende en la toma de decisiones en el futuro.

También, se establecen algunos lineamientos estratégicos para la medición del impacto de ciertas variables claves mediante Modelos matemáticos y otros estadísticos disponibles que servirán de guía e inspiración para futuras actividades de investigación. Algunos resultados relevantes encontrados: Los flujos de comercio exterior se mantendrán como el principal rubro de la carga aérea en México y como el pilar de su reactivación.

Una línea de investigación abierta es la determinación de las razones y particularidades que han propiciado una mejora en ciertas empresas que no están dispuestas a quedar fuera de los cambios de la actividad comercial en materia internacional ni perder oportunidades, dinero y mercado. Los retos más visibles se evidencian en las ciudades de la frontera norte debido a las actividades ilícitas (Herrera, Bustos, Martínez, & Rico, 2005).

Metodología

Esta investigación está dirigida al estudio del tema “*Aplicación de Matemáticas al Comercio Exterior*”. Para realizarlo se usó una metodología descriptiva, con un enfoque documental, es decir, revisar fuentes disponibles en la red, cuyo contenido sea actual, publicados en revistas de ciencia, disponibles en Google Académico, lo más ajustadas al propósito del escrito, con contenido oportuno y relevante desde el punto de vista científico para dar respuesta a lo

tratado en el presente artículo y que sirvan de inspiración para realizar otros proyectos. Las mismas pueden ser estudiadas al final, en la bibliografía

Resultados

El modelo “es un aporte al conocimiento y un camino expedito para que los sectores industriales puedan conocer mediante un diagnóstico científico las variables críticas que están determinando su nivel de productividad y competitividad, en forma cuantitativa” (Steimberg, 2004). La docencia universitaria, los estudiantes de postgrado y pregrado, encontrarán en el Modelo o uso de aplicaciones matemáticas bondades tales como:

- Una herramienta para el diagnóstico empresarial.
- Algunas bases teóricas para el diagnóstico, la previsión tecnológica e industrial, en la construcción de la competitividad.
- El contraste de las variables reales de la competitividad de un sector industrial versus algunos Modelos teóricos inmersos en los contenidos académicos programáticos.
- El análisis de cómo no sólo los Modelos determinísticos tradicionales, sino también, el uso de las variables cualitativas del entorno son las base esencial en el diagnóstico y la previsión de la competitividad empresarial y mejora de la actividad comercial a nivel internacional.
- La búsqueda de una solución real de las necesidades actuales del entorno globalizado, a través del conocimiento de las variables críticas empresariales reales y determinantes de la competitividad, que garanticen a los estudiantes universitarios por ejemplo, su competitividad profesional, aportando a la solución real.
- La socialización de las experiencias académicas obtenidas directamente de

investigaciones sobre el contexto de la realidad empresarial y la formación de estudiantes en investigación.

Es por ello que se propone compartir diversas propuestas de aplicaciones matemáticas a nivel Latinoamericano que ilustran diversos Modelos cuyo propósito es determinar la contribución o mejora de variables claves a la actividad de comercio exterior, no solamente conocer el caso de Ecuador sino de otros países que buscan mejorar su flujo de divisas mediante la aplicación de la actividad académica científica.

Aplicación de Técnicas de Análisis de Conglomerados y Redes Neuronales Artificiales en la Evaluación del Potencial Exportador de una Empresa

Es un trabajo de investigación realizado por De la Hoz & Lopez, (2017) quienes proponen “una metodología para evaluar empresas de un sector productivo e identificar áreas de oportunidad con potencial exportador la cual abarca un proceso de medición, evaluación y clasificación de las empresas”. Se utilizó el análisis de conglomerados, (es una técnica de análisis multivariante correspondiente a los métodos de clasificación automática o no supervisada), que busca agrupar los elementos de una muestra en grupos homogéneos, buscando elementos de similitud entre ellos.

Para el análisis se utilizó como criterio de eslabonamiento “el método de Ward también llamado método de la varianza mínima, es un método jerárquico que agrupar de manera ordenada los individuos del más parecido al menos parecido con alta eficacia en estudios de simulación” (De la Hoz & Lopez, 2017). El método, mide la suma de cuadrados W de las diferencias de los individuos dentro del cluster:

$$W = \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^{n_g} (X_{ig} - \bar{X}_g)(X_{ig} - \bar{X}_g)'$$

Donde:

- X_{ig} : es el valor de la variable del individuo i en el grupo g .
- \bar{X}_g : es el valor medio del grupo g , n_g es el número de individuos del grupo g
- G el número total de grupos.

Seguidamente, se eligen los grupos que deben unirse mediante:

$$\min \frac{n_a n_b}{n_a + n_b} (\bar{X}_a - \bar{X}_b)' (\bar{X}_a - \bar{X}_b)$$

Siendo n_a y n_b el número de individuos en el grupo a y b a unirse, \bar{X}_a y \bar{X}_b el valor medio del grupo a y el grupo b respectivamente. Esto permitió identificar y categorizar perfiles competitivos en el potencial exportador de las empresas analizadas en un sector productivo.

También, se utilizaron las Redes Neuronales Artificiales (RNA), son modelos matemáticos que replican de manera simplificada el procesamiento de información del cerebro para discriminar y clasificar las empresas en un perfil exportador e identificar oportunidades de mejora. Se utilizó el Perceptrón Multicapa, es un tipo de red neuronal artificial que se caracteriza por su facilidad de implementación.

En este Modelo, cada neurona de la red está compuesta por un conjunto de entradas x_i , a las que se les asocia un peso de conexión w_i , las cuales son procesadas en el cuerpo de la misma mediante una combinación lineal dada por (De la Hoz & Lopez, 2017):

$$y = \sum_i w_i x_i - \theta$$

X_i representa la variable de entrada asociada al problema y θ la función entorno o vecindad, el cual se representa comúnmente a través de una función sigmoidea o una función tangente hiperbólica.

La muestra estuvo conformada por 65 empresas del Sector Químico del Departamento del Atlántico registradas en Cámara de Comercio de Barranquilla, de las cuales el trabajo de campo permitió obtener información de 52 de las empresas de la población objeto de estudio. Las 13 empresas restantes de la población no suministraron información y por lo tanto, se excluyeron del estudio.

Este instrumento validado permite medir el potencial exportador diseñado a partir de 16 factores clave en la competitividad exportadora, sistematizados en cinco dimensiones:

Financiera (Gestión Financiera (F1), Gestión del Riesgo (F2), Salud Financiera (F3)), Mercado (Conocimiento del Mercado (M1), Comercio exterior (M2), Competitividad del Producto (M3)), Aprendizaje y crecimiento (Gestión de la Información (AC1), Gestión del Conocimiento (AC2), Gestión de Clima Laboral (AC3)), Cliente (Gestión de Proveedores (C1), Gestión de Clientes (C2), Gestión de Requerimientos (C3)) y Procesos internos (Gestión de Productividad (PI1), Gestión de Innovación (PI2), Factores Logísticos (PI3), Gestión de Tecnologías y Operaciones (PI4) (De la Hoz & Lopez, 2017).

Seguidamente, con la información de los 16 factores en las empresas del sector químico se aplicó un análisis de conglomerados, para identificar grupos competitivos que integraran niveles competitivos homogéneos que permitieran reconocer características para discriminar su potencial exportador. El mejor agrupamiento se logró utilizando el criterio de eslabonamiento de Ward con medida de distancia Euclídea cuadrada. A partir del criterio de distancia entre conglomerados, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

1. Se propuso una metodología que permite clasificar las organizaciones de un sector empresarial dentro perfiles competitivos para identificar oportunidades, mejora y apoyar la toma de decisiones

en el direccionamiento y priorización de los recursos con criterios de eficiencia.

2. El análisis de conglomerados demostró capacidad para identificar y caracterizar perfiles competitivos del potencial exportador que constituye una herramienta importante para el análisis de sectores empresariales.
3. Las Redes Neuronal Artificiales “son significativamente sensibles para discriminar niveles competitivos en el potencial exportador con 85,7% de capacidad para discriminar y clasificar correctamente una empresa en uno de los perfiles definidos en el análisis de conglomerados” (De la Hoz & Lopez, 2017). Para la capa oculta fueron significativas las funciones hiperbólicas y sigmoide, mientras que en la capa de salida fueron significativas las funciones softmax y sigmoide.

Teoría de los juegos y su aplicación a los negocios internacionales: acuerdo comercial Unión Europea- Ecuador en el sector agrícola bananero

El economista Jiménez Jackson en el año 2018 aplico los conceptos de la teoría de los juegos, consiste en una concepción del mundo como si fuera un juego matemático; un mundo regido por una lógica universal en el que la persona posee y actúa como un ser perfectamente lógico que trata con la realidad intercambiando información matemática. Aplica metodología cuantitativa, se señalan las principales reglas del juego, desarrollo de las negociaciones, indicando las jugadas estratégicas, número de jugadores, solicitudes de cada jugador y beneficio que permita alcanzar un acuerdo en equilibrio para ambas naciones.

Se obtiene un juego no cooperativo ya que los jugadores (Unión Europea – República del Ecuador) no pueden establecer acuerdos vinculantes, más bien diseñan su propia estrategia, la que maximiza su beneficio dado las estrategias del otro jugador. La búsqueda de maximización de la estrategia se adentra en la indagación del equilibrio para no perder frente a las otras estrategias de los otros sujetos, llegando así al equilibrio de Nash. Se observa un juego de dos jugadores con las siguientes preferencias:

		Ecuador	
		Cooperar	No Cooperar
Unión Europea	Cooperar	Cooperar conjuntamente a un acuerdo de negociación de apertura total al comercio del banano.	
	No Cooperar		No coopera conjuntamente a un acuerdo de negociación de apertura total al comercio del banano

Figura 1. Dilema del Prisionero aplicado a la relación comercial entre U.E. y Ecuador.

Fuente: (Jimenez, 2018)

La Unión Europea es el mayor importador mundial de productos alimenticios, en términos estadísticos y cifras para Ecuador

Con una exportación sobre el 30% de la oferta mundial, el Ecuador sigue siendo el mayor exportador de banano en el mundo; llegando a todos los países importadores de la fruta. El banano representa el 10% de las exportaciones totales y el segundo rubro mayor de las exportaciones ecuatorianas, al ser una fruta apetecida por consumidores de los mercados más exigentes y formar parte de la dieta diaria de millones de personas. La actividad bananera genera fuentes de trabajo e ingresos a 2 millones de personas involucradas en las diferentes etapas de su cadena de valor (Jimenez, 2018, p. 63).

Ecuador ha considerado discriminatorio los aranceles aplicados por la Unión Europea en negociaciones anteriores le han aplicado al banano, esto porque a diferencia de los estados ACP (África, Caribe y Pacífico) pueden vender una cuota anual de bananas libres de impuestos, lo que le ha generado pérdidas de mercado a sus productores. Es por ello, que solicita la posible eliminación total de la cuota arancelaria para la liberalización comercial mundial de la fruta.

Concluye el autor, independientemente de lo que haga la Unión Europea, lo más conveniente es un acuerdo de negociación en cooperación conjunta. A los dos jugadores les interesa llegar a un arbitraje de negociación siempre y cuando no se consideren políticas comerciales restrictivas ni discriminatorias a sus productores de lo contrario no cooperan conjuntamente a una negociación. Cada nación entiende que independientemente de lo que haga el otro, su mejor acción es negociar en cooperación conjunta.

Por último, el debate comercial indica la discusión en cuanto se abre o no al libre comercio la Unión Europea ante la solicitud del Ecuador.

De acuerdo a los resultados del juego, les conviene a las naciones una negociación en cooperación conjunta caso contrario se llega a una negociación sin una verdadera cooperación, y no hay lugar para un nuevo arbitraje sobre la materia lo que deja al bloque europeo con las opciones de seguir con un menor arancel y eliminarlo en su totalidad a partir del 2020 según el Acuerdo Comercial Multipartes firmado en el 2016 (Jimenez, 2018).

Se concluye que, la teoría de los juegos, facilita el elemento objetivo para que las partes interactúen y lleguen a un acuerdo, resolver un conflicto, o desarrollar un proyecto conjunto y calcular así el riesgo. En el caso del Modelo propuesto se ha evidenciado al final del juego un arbitraje de estrategias que han tenido en cuenta la información básica de las partes, el escenario, el momento del juego y donde ambos jugadores obtendrán beneficios. Debido a que la teoría de los juegos ha tenido un rol protagónico en grandes cambios que han experimentado las ciencias sociales; específicamente la economía, se recomienda aplicarla para el resto de ciencias.

Modelo de eficiencia de las terminales de contenedores del sistema portuario español

Para la construcción del Modelo, en esta investigación propuesta por Gonzalez, Soler, & Camarero, (2013) se ha empleado el clasificador Naive Bayes. Este clasificador es uno de los más efectivos, "en cuanto a su capacidad predictiva es competitiva con el resto de clasificadores existentes, es el llamado Naive-Bayes, este clasificador aprende de un conjunto de entrenamiento a la probabilidad condicional de cada atributo X_i dada la clase C ".

La clasificación se hace aplicando la regla de Bayes para calcular la probabilidad de C dadas las instancias de X_1, X_2, \dots, X_n y asignando como clase predicha la de mayor probabilidad a posteriori. Estos cálculos se basan en una fuerte suposición de inde-

dependencia: todos los atributos X_i son condicionalmente independientes dado el valor de la clase C . Por el teorema de Bayes:

$$v_{MAP} = \operatorname{argmax}_{v_j \in V} P(v_j | a_1, \dots, a_n) p(v_j) / P(a_1, \dots, a_n) = \operatorname{argmax}_{v_j \in V} P(v_j | a_1, \dots, a_n) p(v_j)$$

Se estima $P(v_j)$ contando las veces que aparece el ejemplo v_j en el conjunto de entrenamiento y dividiéndolo por el número total de ejemplos que forman este conjunto. Para estimar el término $P(a_1, \dots, a_n | v_j)$, las veces en que para cada categoría aparecen los valores del ejemplo x , debe recorrer todo el conjunto de entrenamiento. “Este cálculo resulta impracticable para un número suficientemente grande de ejemplos por lo que se hace necesario simplificar la expresión” (Mendez, 2015).

Se recurre a la hipótesis de independencia condicional con el objeto de poder factorizar la probabilidad. Esta hipótesis dice lo siguiente: los valores a_j que describen un atributo de un ejemplo cualquiera x son independientes entre sí si conocido el valor de la categoría a la que pertenecen. Así la probabilidad de observar la conjunción de atributos a_j dada una categoría a la que pertenecen es justamente el producto de las probabilidades de cada valor por separado (Gonzalez, Soler, & Camarero, 2013):

$$P(v_j | a_1, \dots, a_n) p(v_j) = \prod_i P(a_i | v_j)$$

Concluyen los autores: el enfoque estocástico de las redes bayesianas en contraposición con el determinista del análisis (DEA) permite contrastar hipótesis estadísticas y proponer diferentes escenarios para los casos de estudio. Por el contrario el análisis DEA, en relación a las redes bayesianas proporcionan una distribución de probabilidad que permite realizar supuestos. Otra ventaja de las redes es su capacidad para trabajar con un número grande de variables y ser capaz de tratar correctamente los outliers.

Las redes Bayesianas tienen un número de características que hacen que sean apro-

piadas para el apoyo a los gestores de infraestructuras portuarias. Entre las más destacadas se recogen las siguientes:

1. Las redes Bayesianas proveen una representación gráfica de las relaciones explícitas de dependencia del dominio. Generalmente las variables en la explotación portuaria están influenciados por muchos factores.
2. Las redes Bayesianas permiten modelar estos sistemas complejos permitiendo a los gestores entender las relaciones causales visualizándolas por medio del grafo. Las redes Bayesianas están formadas por un componente cualitativo, un grafo, y una parte cuantitativa, las tablas de probabilidades, que permiten utilizar criterios objetivos y subjetivos.
3. Las redes Bayesianas pueden hacer inferencia en ambos sentidos, las variables de entrada pueden ser usadas para predecir las variables de salida y viceversa. Fijando las variables de salida con los valores deseados, es posible predecir qué valores de las variables de entrada permiten dicha salida.
4. Las redes Bayesianas permiten fácilmente calcular la sensibilidad de ciertas variables, simplemente modificando las evidencias.
5. Las redes bayesianas pueden modelar grados de certidumbre, en vez de valores exactos. Por tanto, permiten modelar la incertidumbre de manera efectiva y explícitamente, pueden realizar buenas predicciones con información incompleta.
6. La salida de una red Bayesiana es una distribución de probabilidad en vez de valores únicos. Esta información se puede usar para medir la confianza, lo cual es esencial si el modelo va a ser usado en la toma de decisiones.

Modelo matemático para determinar la competitividad de las pymes.

Las pequeñas y medianas empresas y la mayoría de la industria Latinoamericana, luego de la globalización de las economías, “evidenciaron serios problemas de productividad y competitividad, con el propósito de contribuir a la solución de los problemas que inciden en la competitividad de las PYMES la investigación llevada a cabo por” (Quiroga, 2003) se diseñó y desarrolló basado en el Programa de Ingeniería Industrial de la Corporación Universitaria Autónoma de Occidente, un Modelo Matemático no determinístico que permite establecer el nivel de productividad y competitividad de una empresa o de un sector industrial. Con base en parámetros establecidos por Peter Drucker, Michael Porter, Ken Blanchard, Ugo Fea, Peter Senge, Imai Masaaki, Karl Albrecht y otros.

En su diseño, el Modelo consideró los factores y variables externas e internas más relevantes y de mayor incidencia en los niveles de productividad y competitividad; mediante la validación del Modelo permitió “relacionar los 11 factores y las 86 variables, concluyéndose que cada factor se correlaciona con cada uno de los criterios del marco teórico del Modelo” (Quiroga, 2003). Como recurso de ponderación, en la validación se aplicó la encuesta, tomando como marco teórico de referencia el método Delphi.

La encuesta fue aplicada tres veces a un grupo de cinco empresarios. Como conclusión se estableció que existe una alta correlación (99%) entre los resultados que se resumen a continuación (Quiroga, 2003):

1. Las variables más relevantes causantes de la baja productividad y competitividad de las empresas PYMES son 16, destacando con mayor incidencia: la cultura organizacional, la gestión administrativa, la investigación y desarrollo, la tecnología y gestión del conocimiento, mercadeo y la comunicación.
2. El uso de variables cualitativas en modelos matemáticos no determinísticos,

permiten establecer también con gran precisión el nivel de productividad y competitividad empresarial.

3. El modelo sienta bases teóricas, para obtener diagnósticos empresariales precisos y poder lograr la mejor previsión tecnológica e industrial futura.
4. Es una herramienta estratégica eficaz para determinar y comparar el nivel de productividad y competitividad de las PYMES.
5. La importancia y necesidad de que academia y sector empresarial, busquen soluciones reales conjuntas a los problemas de productividad y competitividad empresarial, aplicando herramientas que la matemática pone a su disposición.
6. El Modelo muestra en forma discriminada e independiente la incidencia de cada variable, en su nivel de Competitividad.
7. El Modelo es flexible y adaptable a las variables del entorno internacional, a cualquier empresa o sector industrial, especialmente a la Latinoamericana.
8. El modelo ha sido validado con el sector metalmecánico de Cali, con una muestra estadística estratificada de 37 empresas sobre una población de 80.

Modelado en GAMS

Los lenguajes algebraicos de modelado son alternativas más complejas y potentes por su capacidad de indexación de las variables y ecuaciones, permiten cambiar sin dificultad las dimensiones del modelo, de forma natural separan datos de resultados. El GAMS es uno de los más antiguos sin perder vigencia en eficacia en la actualidad, así lo propone (Ramos, Sanchez, Ferrer, & Linares, 2010) en una interesante investigación.

Sean *i* fábricas de envasado y *j* mercados de consumo. Cada fábrica tiene una capa-

ciudad máxima de producción de cajas a_i y cada mercado demanda una cantidad b_j de cajas (se supone que la capacidad de producción total de las fábricas es superior a la demanda total para que el problema sea factible). El coste de transporte entre cada fábrica i y cada mercado j por cada caja es c_{ij} . Se desea satisfacer la demanda de cada mercado al mínimo coste. Las variables de decisión del problema serán las cajas transportadas entre cada fábrica i y cada mercado j , x_{ij} . Las ecuaciones que deben satisfacerse son (Ramos, Sanchez, Ferrer, & Linares, 2010):

Límite de capacidad máxima de producción de cada fábrica:

$$\sum_j c_{ij} x_{ij} \leq a_i \quad \text{para cada empresa } i$$

Satisfacción de la demanda de cada mercado:

$$\sum_i c_{ij} x_{ij} \geq b_j \quad \text{para cada mercado } j$$

La función objetivo será la minimización de los costes totales de transporte:

$$\sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

La estructura general de un Modelo de optimización escrito en GAMS se presenta en la tabla siguiente, esta estructura es la que se ha empleado en este caso ejemplo.

Índices y parámetros	Todos los índices y parámetros del modelo se declaran al comienzo del mismo. Se inicializarán a sus valores por omisión aquellos que sea necesarios.
Ecuaciones	Declaración y definición de las restricciones. Se controlará con cuidado las condiciones de validez u ocurrencia de las mismas.
Modelo	Declaración de las ecuaciones que componen el modelo.
Inclusión y manipulación de datos de entrada	Los datos de entrada se introducen desde ficheros independientes, después se realizan los cálculos de parámetros auxiliares dependientes de los datos de entrada.
Resolución del problema de optimización	
Presentación de resultados	Presentación de los resultados elaborados a partir de la solución del problema de optimización.

Figura 2. Modelo de optimización en GAMS.

Fuente: (Ramos, Sanchez, Ferrer, & Linares, 2010)

Se trata de minimizar los costes variables de operación en un intervalo horario unitario compuestos por los costes variables de los grupos analizados, los costes de oportunidad de los grupos hidráulicos cuando producen por encima de su potencia programada y el coste variable de la potencia no suministrada. El tiempo de ejecución de un

modelo es especialmente crítico en aplicaciones de muy gran tamaño o en el caso de resolución iterativa de numerosos problemas de optimización de mediano tamaño “como sucede en los métodos de descomposición o en la simulación de Monte Carlo” (Ramos, Sanchez, Ferrer, & Linares, 2010).

Los requisitos de memoria pueden ser limitativos en el caso de problemas gran tamaño. Algunas de las acciones que permiten reducir tiempo también disminuyen los requerimientos de memoria: los métodos de descomposición no son más que técnicas matemáticas que permiten resolver problemas enormes y complejos con una estructura especial, sin que siquiera se pueden formular explícitamente, mediante la solución iterativa de problemas de menor tamaño. Como ejemplo, un problema de coordinación hidrotérmica en un sistema eléctrico cuya resolución se efectúa mediante descomposición anidada estocástica.

Los valores numéricos que se aportan para contrastar el impacto de algunas recomendaciones deben tomarse como indicaciones relativas de las mejoras proyectadas nunca como ciertas. Cualquier mejora está asociada a un tipo de problemas, no necesariamente es generalizable para todos. El tiempo de ejecución de un modelo escrito en GAMS se puede descomponer en estos tres tipos principales (Ramos, Sanchez, Ferrer, & Linares, 2010):

- Tiempo de creación: formulación del problema de optimización específico, es decir, creación de las variables y de las restricciones.
- Tiempo de interfaz: escritura del problema de optimización en disco para su lectura por el optimizador y viceversa.
- Tiempo de optimización: resolución del problema de optimización por parte del optimizador.

Adicionalmente hay que añadir el tiempo de compilación del Modelo. Sin embargo, este tiempo se da únicamente una vez al comienzo y habitualmente es despreciable frente al resto. La relación entre ellos depende de las diversas características del problema: tamaño y estructura de la matriz de restricciones, número de optimizaciones, variación de los parámetros en sucesivas optimizaciones, como más importantes.

Las direcciones de mejora que se presentan a continuación tienen una orientación o bien informática o bien matemática, aunque indudablemente en el tiempo de ejecución resultante influyen ambas.

Las primeras están basadas en el uso del lenguaje GAMS. Las segundas modifican el problema o su resolución. La efectividad de cada mejora dependerá de las características del problema de optimización. Se sugieren algunos criterios heurísticos que permiten utilizarlas adaptándose al caso concreto tal como se menciona posteriormente. Éstos han de tomarse con cautela. En ningún momento se les quiere dar a estos criterios más que un valor indicativo, ajeno a cualquier tipo de generalización.

Conclusión

Un modelo es una representación matemática simplificada de una realidad compleja. Modelar es la acción de construir una relación entre variables cuyo ámbito es complejo y dinámico, la mayoría de las veces, el desarrollo de un Modelo puede involucrar a un equipo multidisciplinario compuesto por matemáticos, estadísticos, ingenieros, economistas, psicólogos, etc. que aportan diferentes perspectivas y conocimiento a la representación de la realidad. Un modelo debe equilibrar la necesidad de contemplar todos los detalles con la factibilidad de encontrar técnicas de solución adecuadas.

Un modelo es, en definitiva, una herramienta de ayuda a la toma de decisiones. Por esta razón, sus resultados deben ser inteligibles y útiles. Modelar se puede entender simultáneamente como un matrimonio entre la ciencia y el arte. Es una ciencia pues se basa en un conjunto de procesos estructurados (método científico): análisis y detección de las relaciones entre los datos, establecimiento de suposiciones y aproximaciones en la representación de los problemas, desarrollo o uso de algoritmos específicos de solución.

Es un arte porque materializa una visión o interpretación de la realidad no siempre de manera unívoca. Cada persona imprime su estilo en el Modelo mismo y en la especificación, en el desarrollo y en la documentación. Características tales como elegancia o simplicidad pueden atribuirse a un Modelo. El desarrollo de un modelo es una creación hecha con ayuda de ciencias básicas o herramientas de apoyo cuya joya reposa en las matemáticas. Establecer bases teóricas académicas para el diagnóstico, la previsión tecnológica e industrial, en la construcción de la competitividad empresarial futuro es posible gracias a aplicaciones como el Teorema de Bayes, Redes neuronales y demás Modelos matemáticos abordados en este artículo.

Las Redes Neuronales Artificiales son modelos matemáticos que replican de manera simplificada el procesamiento de información del cerebro para discriminar y clasificar las empresas en un perfil exportador e identificar oportunidades de mejora. Se utilizó el Perceptrón Multicapa, es un tipo de red neuronal artificial que se caracteriza por su facilidad de implementación. El análisis de conglomerados demostró capacidad para identificar y caracterizar perfiles competitivos del potencial exportador que constituye una herramienta importante para el análisis de sectores empresariales. Las Redes Neuronal Artificiales son significativamente desde el punto de vista estadístico para discriminar niveles competitivos en el potencial exportador.

Un Modelo Matemático no determinístico que permite establecer el nivel de productividad y competitividad de una empresa o de un sector industrial. Con base en parámetros establecidos por Peter Druker, Michael Porter, consideró los factores y variables externas e internas más relevantes y de mayor incidencia en los niveles de productividad y competitividad para las pymes; mediante la validación del Modelo permitió relacionar factores y variables, concluyéndose que cada factor se correlaciona con cada uno

de los criterios del marco teórico del Modelo.

El GAMS es uno de los más antiguos sin perder vigencia en eficacia en la actualidad, se trata de minimizar los costes variables de operación en un intervalo horario unitario compuestos por los costes variables de los grupos analizados, los costes de oportunidad de los grupos hidráulicos cuando producen por encima de su potencia programada y el coste variable de la potencia no suministrada. El tiempo de ejecución de un modelo es especialmente crítico en aplicaciones de muy gran tamaño o en el caso de resolución iterativa de numerosos problemas de optimización de mediano tamaño.

Bibliografía

- De la Hoz, E., & Lopez, L. (2017). Aplicación de Técnicas de Análisis de Conglomerados y Redes Neuronales Artificiales en la Evaluación del Potencial Exportador de una Empresa. *Inf. tecnol.* vol.28 no.4 La Serena 2017, 28(4). doi:10.4067/S0718-07642017000400009
- Gonzalez, N., Soler, F., & Camarero, A. (2013). Modelo de eficiencia de las terminales de contenedores del sistema portuario español. *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA.*, 14(1), 49 - 67. Retrieved 2022, from <https://dialnet.unirioja.es>
- Herrera, A., Bustos, A., Martinez, C., & Rico, O. (2005). Diagnostico del Transporte de Carga Aereo en Mejico. National Academies. Retrieved from <http://www.imt.mx/archivos/Publicaciones/PublicacionTecnica/pt280>
- Jimenez, J. (2018). Teoría de los juegos y su aplicación a los negocios internacionales. *INNOVA Research Journal* , 3(12), 55 - 66. Retrieved 2022, from <https://dialnet.unirioja.es>
- Mendez, L. (2015). Modelos Matematicos en Macroeconomia. Madrid, Espana. Retrieved from <https://repositorio.unican.es>
- Quiroga, D. (2003, Junio). Modelo Matematico para determinar la competitividad de las Pymes. *Revista Docencia Universitaria*, 4(1). Retrieved from revistas.uis.edu.co/index.php/revistadocencia/article/view/1364
- Ramos, A., Sanchez, P., Ferrer, J., & Linares, P. (2010). Modelos matemáticos de Optimización. Universidad Pontificia Comillas, 1 - 56. Retrieved from <https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net>

Steimberg, F. (2004). La nueva teoría del comercio internacional y la política comercial estratégica. Madrid. Retrieved from <https://books.google.es>

CITAR ESTE ARTICULO:

Ordóñez García, J. E., Morán Quijije, E. E., & Sambonino García, B. de L. (2022). Aplicación de Matemáticas al Comercio Exterior. RECIAMUC, 6(3), 281-293. [https://doi.org/10.26820/reciamuc/6.\(3\).julio.2022.281-293](https://doi.org/10.26820/reciamuc/6.(3).julio.2022.281-293)

