



DOI: 10.26820/reciamuc/6.(1).enero.2022.182-192

URL: <https://reciamuc.com/index.php/RECIAMUC/article/view/776>

EDITORIAL: Saberes del Conocimiento

REVISTA: RECIAMUC

ISSN: 2588-0748

TIPO DE INVESTIGACIÓN: Artículo de revisión

CÓDIGO UNESCO: 5802 Organización y Planificación de la Educación

PAGINAS: 182-192






Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender matemáticas

Geogebra: a technological tool to learn mathematics

Geogebra: uma ferramenta tecnológica para aprender matemática

Kenia Irene Ordóñez García¹; Mario Israel Molina Ortiz²; Jorge Enrique Ordoñez García³

RECIBIDO: 15/11/2021 **ACEPTADO:** 05/12/2021 **PUBLICADO:** 30/01/2022

1. Magister en Tecnología e Innovación Educativa; Licenciada en Ciencias de la Educación mención Educadores de Párvulos; Profesora en Ciencias de la Educación Especialización Educadores de Párvulos; Ministerio de Educación, Ecuador; kenia.ordonez@educacion.gob.ec;  <https://orcid.org/0000-0002-8359-8997>
2. Master Universitario en Gestión por procesos para la Transformación Digital/ Business Process Management (Bpm) for Digital Transformation; Ingeniero en Sistemas Computacionales; Universidad de Guayaquil; Guayaquil, Ecuador; mario.molinao@ug.edu.ec;  <https://orcid.org/0000-0002-3482-9752>
3. Master Universitario en Didáctica de las Matemáticas en Educación Secundaria y Bachillerato; Magister en Automatización y Control Industrial; Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones; Universidad de Guayaquil; Guayaquil, Ecuador; jorge.ordonezga@ug.edu.ec;  <https://orcid.org/0000-0002-0888-7481>

CORRESPONDENCIA

Kenia Irene Ordóñez García
kenia.ordonez@educacion.gob.ec

Guayaquil, Ecuador

RESUMEN

Actualmente, es un hecho el uso de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) en los procesos de enseñanzas y aprendizajes en todo el mundo, entre los que se puede mencionar el GeoGebra. El GeoGebra es un software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo. Recientemente, se han agregado a GeoGebra, desde la versión 5.0, algunas características específicas que permiten la verificación matemática rigurosa y el descubrimiento automático de proposiciones generales sobre figuras de geometría euclídea construidas por el usuario, las llamadas Herramientas de Razonamiento Automatizado (GGb-ART = GeoGebra Automated Reasoning Tools, si consideramos estas siglas respondiendo al nombre de las herramientas en inglés), o de Demostración Automática de Teoremas (DAT). La presente revisión bibliográfica pretende compilar algunas ponencias e ideas que sustenten el tema de las Art GeoGebra y el uso del software en el aprendizaje de las Matemáticas. En consecuencia, se ha decidido desarrollar un estudio de diseño bibliográfico, mediante una metodología de revisión. En los resultados se encontró que una de las nuevas herramientas de GeoGebra es el comando Relación, capaz de investigar diferentes relaciones entre dos o más elementos de una construcción geométrica, al mismo tiempo, compara sus medidas o sus posiciones relativas. Asimismo, por medio de dos nuevas herramientas de alto nivel (Discover and Relation) y el comando Compare de bajo nivel, se obtienen mecánicamente tesis verificadas por dos elementos de una construcción, permiten a GeoGebra formular automáticamente las propiedades que se mantienen en una determinada figura, sin requerir ninguna intervención del usuario, excepto la de centrar la investigación de la máquina sobre algunos objetos geométricos dados. En conclusión, este software es de gran importancia en el aprendizaje de las matemáticas en diferentes niveles de educación por sus variadas características y ventajas.

Palabras clave: Herramientas, Razonamiento, Automatizado, GeoGebra, Matemáticas.

ABSTRACT

Currently, the use of new information and communication technologies (ICT) in teaching and learning processes throughout the world is a fact, among which GeoGebra can be mentioned. GeoGebra is interactive math software that dynamically brings together geometry, algebra, and calculus. Recently, some specific features have been added to GeoGebra, since version 5.0, that allow mathematical verification and the automatic discovery of general propositions on figures of Euclidean geometry built by the user, the so-called Automated Reasoning Tools (GGb-ART = GeoGebra Automated Reasoning Tools, if we consider that these acronyms respond to the name of the tools in English), or Automatic Demonstration of Theorems (DAT). This bibliographic review aims to compile some papers and ideas that support the topic of Art GeoGebra and the use of software in learning Mathematics. Consequently, it has been decided to develop a bibliographic design study, through a review methodology. In the results, it was found that one of the new GeoGebra tools is the Relationship command, capable of investigating different relationships between two or more elements of a geometric construction, at the same time, comparing their measurements or their relative positions. Likewise, by means of two new high-level tools (Discover and Relation) and the low-level Compare command, verified theses are mechanically obtained by two elements of a construction, allowing GeoGebra to automatically formulate the properties that are maintained in a given figure, without requiring any user intervention, except to focus the machine's investigation on some given geometric objects. In conclusion, this software is of great importance in the learning of mathematics at different levels of education due to its various characteristics and advantages.

Keywords: Tools, Reasoning, Automated, GeoGebra, Mathematics.

RESUMO

Atualmente, a utilização das novas tecnologias de informação e comunicação (TIC) nos processos de ensino e aprendizagem em todo o mundo é um facto, entre os quais se pode citar o GeoGebra. GeoGebra é um software matemático interativo que reúne dinamicamente geometria, álgebra e cálculo. Recentemente, alguns recursos específicos foram adicionados ao GeoGebra, desde a versão 5.0, que permitem a verificação matemática e a descoberta automática de proposições gerais sobre figuras da geometria euclidiana construídas pelo usuário, as chamadas Automated Reasoning Tools (GGb-ART = GeoGebra Automated Ferramentas de Raciocínio, se considerarmos que essas siglas respondem ao nome das ferramentas em inglês), ou Demonstração Automática de Teoremas (DAT). Esta revisão bibliográfica tem como objetivo compilar alguns artigos e ideias que apoiam o tema da Arte GeoGebra e o uso de softwares na aprendizagem da Matemática. Consequentemente, optou-se por desenvolver um estudo de desenho bibliográfico, por meio de uma metodologia de revisão. Nos resultados, verificou-se que uma das novas ferramentas do GeoGebra é o comando Relacionamento, capaz de investigar diferentes relações entre dois ou mais elementos de uma construção geométrica, ao mesmo tempo, comparando suas medidas ou suas posições relativas. Da mesma forma, por meio de duas novas ferramentas de alto nível (Descobrir e Relação) e do comando Comparar de baixo nível, as teses verificadas são obtidas mecanicamente por dois elementos de uma construção, permitindo ao GeoGebra formular automaticamente as propriedades que são mantidas em uma determinada figura, sem exigir qualquer intervenção do usuário, exceto para focar a investigação da máquina em alguns objetos geométricos. Em conclusão, este software é de grande importância na aprendizagem da matemática nos diferentes níveis de ensino devido às suas várias características e vantagens.

Palavras-chave: Ferramentas, Raciocínio, Automatizado, GeoGebra, Matemática.

Introducción

En la actualidad, es reconocido a nivel mundial que el uso de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) en los procesos de enseñanzas y aprendizajes de las diferentes asignaturas curriculares elevan la calidad del aprendizaje de los estudiantes que participan en ellos. Dentro de los recursos tecnológicos que para estos fines se emplean en la educación se encuentra el GeoGebra. (Capote, Robaina, & Capote, 2021, pág. 810)

Es una preocupación constante por parte del docente de Matemáticas que sus estudiantes logren un aprendizaje significativo, y para ello es necesario usar todas las herramientas que tenga a su disposición. En tal sentido, el uso de softwares como herramientas tecnológicas ha ido en ascenso, particularmente, el Geogebra que es un software de fácil acceso y su uso se ha ido extendiendo a diversas áreas de la educación, en especial su aplicación ha tomado gran impulso en la enseñanza de las Matemáticas. (Rojas Bello, 2020, pág. 125)

En el año 2001 salió la primera versión del programa Geogebra, su creador y actual director del equipo es Markus Hohenwarter, trabajo que realizó como parte de su maestría en educación matemática y ciencias de la computación. (Torres & Racedo, 2014, pág. 88)

Actualmente, continúa mejorando este software en la Universidad de Atlantic, Florida. En diciembre de 2012 fue lanzada la versión más reciente. GeoGebra ha sido traducido ya a 40 idiomas incluido el español, lo que significa que son muchos los usuarios que se sirven de este programa para el aprendizaje de las matemáticas e inclusive de física. Markus Hohenwarter, acerca de su software, refiere que es una forma de mostrar las matemáticas de una manera interactiva para que los estudiantes puedan tener una experiencia de primera mano con esta ciencia. (Patiño Delgado, 2021, pág. 44)

Hohenwarter, (2001), citado por Torres & Racedo, (2014) explica que el GeoGebra “es un software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo”, donde la interactividad está mediada por el uso de las matemáticas de parte de profesores y estudiantes, ya que fue planeado para desarrollar actividades de enseñanza de cualquier conocimiento que implique el uso de ecuaciones, gráficas y análisis de datos, posibilitando la visualización gráfica, algebraica y de hoja de cálculo vinculadas dinámicamente. (p. 88)

Recientemente, se han agregado a GeoGebra, desde la versión 5.0, algunas características específicas que permiten la verificación matemática rigurosa y el descubrimiento automático de proposiciones generales sobre figuras de geometría euclídea construidas por el usuario, las llamadas Herramientas de Razonamiento Automatizado (GGb-ART = GeoGebra Automated Reasoning Tools, si consideramos estas siglas respondiendo al nombre de las herramientas en inglés), o de Demostración Automática de Teoremas (DAT). (Van Vaerenbergh, Recio, & Vélez, 2019, pág. 2)

A los efectos de la presente investigación se hará referencia a Art GeoGebra para indicar las “herramientas de razonamiento automático” (“Automated Reasoning Tools”-ART) de las que dispone este software.

El propósito fundamental de la presente investigación es el aporte de material bibliográfico novedoso, que sirva de base en la actualización de conocimientos y para futuras investigaciones. En consecuencia, con la presente revisión bibliográfica se pretende compilar algunas ponencias e ideas que sustenten el tema de las Art GeoGebra en el aprendizaje de las Matemáticas. A tales efectos se esboza la herramienta Relación, las herramientas Relación y Descubrir del GeoGebra Discovery y el GeoGebra en el aprendizaje de las Matemáticas.

Materiales y Métodos

Con la finalidad de desarrollar el presente estudio fueron requeridos materiales tales como equipos de computación con conexión a internet. Seguidamente, fue llevada a cabo una búsqueda y estudio del material bibliográfico encontrado en formato digital. Para lo cual se consultaron bases de datos, repositorios y sitios web, entre los que se pueden destacar: Pubmed, Biblioteca Virtual de la Salud (BVS), SciELO, Dialnet, Medigraphic y otros.

En cuanto al tipo de material bibliográfico se ubicaron dentro de la siguiente categoría: artículos (papers) en revistas científicas y académicas; reportes de casos, boletines o resúmenes informativos de estudios clínicos, conferencias o ponencias; tesis de grado, posgrado y doctorado; protocolos, guías de práctica clínica, monografías de expertos y cualquier otro documento formal que mostrase información de interés con fundamento científico.

La investigación se desarrolló durante el mes de noviembre de 2021. Los descriptores para la búsqueda fueron los siguientes: “GeoGebra”, “Herramientas de razonamiento automático en GeoGebra”; “Herramientas de razonamiento automático de GeoGebra en el aprendizaje de las Matemáticas”, “GeoGebra en el aprendizaje de Matemáticas”. La información se filtró bajo los criterios de idioma español e inglés. Asimismo, fueron seleccionados aquellos trabajos que tuvieran mayor relevancia y con correlación del tema. Por último, se seleccionaron aquellos trabajos de más actualidad (fecha de publicación: 2014 - 2021).

Luego de separar todo el contenido digital seleccionado por el equipo investigador, se procedió a su lectura crítica y análisis interpretativo con el objeto de unificar las opiniones y llegar a un consenso. El equipo investigador manifestó no tener conflicto de intereses.

Resultados

Actualmente, la enseñanza de las matemáticas está mediada por el uso de tecnologías digitales que pretenden, desde su uso más básico, facilitar los procesos de aprendizaje entre los estudiantes de diferentes niveles. A favor de esta revolución, el software de geometría dinámica GeoGebra ha promovido nuevas formas de interacción en el aula, y fuera de ella, a partir del uso de recursos para el aprendizaje de las matemáticas.

Este software integra las posibilidades de la geometría dinámica y el álgebra computacional, como una herramienta para la educación matemática. Esta herramienta, que sirve para niveles o grados de enseñanza diferentes, ofrece nuevas oportunidades a partir de entornos tecnológicos, con fundamento en la visualización y exploración de objetos y conceptos matemáticos. Ha logrado marcar una pauta importante y diferenciadora en el ejercicio de enseñar matemáticas, además de estimular una percepción positiva por parte de los estudiantes que la usan y obtienen resultados de aprendizaje favorables. (Arbain & Shukor, 2015)

GeoGebra presenta una “diversidad de recursos que facilitan a estudiantes y maestros la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y es una herramienta valiosa para enfrentar los desafíos del mundo digital”. (Ballesteros, Lozano, & Rodríguez, 2020)

Como se mencionó anteriormente, existen variadas Art GeoGebra, no obstante, para el trabajo que nos ocupa estudiaremos las siguientes:

La herramienta Relación

La herramienta “Relación” puede encontrarse en un desplegable de la barra de herramientas que aparece en la parte superior de la pantalla inicial de GeoGebra, encabezado por la opción “Ángulo”. El icono correspondiente contiene un signo de igualdad, sobre el que aparece un símbolo de interrogación (ver Figura 1).



Imagen 1. Localización de la herramienta “Relación” en GeoGebra Clásico.

Fuente: Recuperado de: “Explorando relaciones geométricas en GeoGebra”. Ueno Jacue, C. (2019). *Números*, Revista Didáctica de Matemáticas. 102. p. 98. URL: <http://funes.unian-des.edu.co/14871/1/Ueno2019Explorando.pdf>

La herramienta básica de razonamiento automático en GeoGebra, es la extensión simbólica del ya existente comando Relación. Inicialmente este comando tenía un carácter meramente numérico: tras seleccionar el usuario dos objetos geométricos en una construcción e invocar el comando Relación (entre ambos objetos), GeoGebra respondía mostrando la posibilidad, o no, de que se dieran determinadas relaciones entre ellos, tales como la perpendicularidad, el paralelismo, la igualdad o la incidencia, siempre que la verificación numérica de tales propiedades superase cierto umbral. Así, dos rectas o segmentos pueden ser consideradas como paralelas para Relación, si tomando un vector en cada uno de estos objetos, ambos resultaran ser “aproximadamente proporcionales”, donde “aproximadamente” tiene que ver con el número de dígitos que el usuario ha elegido, en las Preferencias de la aplicación, para realizar cálculos en la sesión con GeoGebra. En la Figura 2 se muestra la construcción de un triángulo ABC, donde D, E son los puntos

medios de los lados b, a, respectivamente, y donde f es la recta que pasa por D, E. En la barra de Entrada se introduce el comando Relación (f,c) para estudiar la existencia, si es caso, de alguna propiedad entre la recta f y el lado c. (Van Vaerenbergh, Recio, & Vélez, 2019)

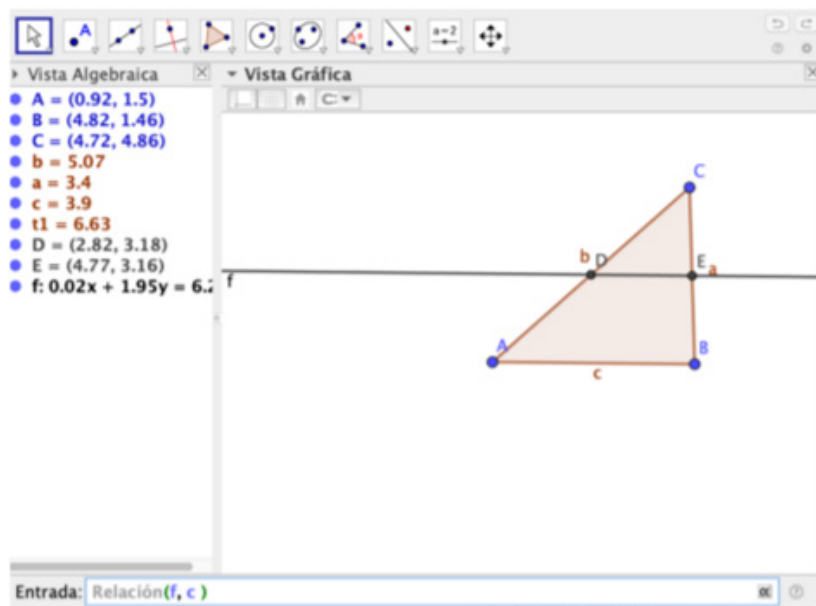


Imagen 2. Construcción de la recta f que pasa por los puntos medios de dos lados del triángulo ABC. Recuperado de: “Herramientas de Razonamiento Automático en GeoGebra: qué son y para qué sirven”.

Fuente: Van Vaerenbergh, Recio, & Vélez. (2019). Conference: Congreso Iberoamericano, Formación IB: La educación ante el nuevo entorno digital. URL: https://www.researchgate.net/profile/M-Velez/publication/340488454_Herramientas_de_Razonamiento_Automatico_en_GeoGebra_que_son_y_para_que_sirven/links/5e8ca0c1a6fdcca789fdc8b3/Herramientas-de-Razonamiento-Automatico-en-GeoGebra-que-son-y-para-que-sirven.pdf?origin=publication_detail

Asimismo, los creadores de esta herramienta refieren:

El mensaje de respuesta a este comando, el (ver Figura 3), donde se indica que la recta pasando por D, E y la que pasa por los vértices A, B son, al menos para esta figura y de manera aproximada, paralelas. Por último, la Figura 4 muestra el resultado de pulsar el icono Más... que aparece en la Figura 3: se trata de la comprobación rigurosa de la validez general del teorema que dice que la recta que pasa por los puntos medios de dos lados de un triángulo (no degenerado, con A, B vértices diferentes) es para-

lela a la recta descrita por el tercer lado. Tal comprobación se basa en la ejecución de determinados algoritmos que involucran, sin que el usuario lo perciba, diversos aspectos de geometría algebraica computacional avanzada. (Van Vaerenbergh, Recio, & Vélez, 2019)

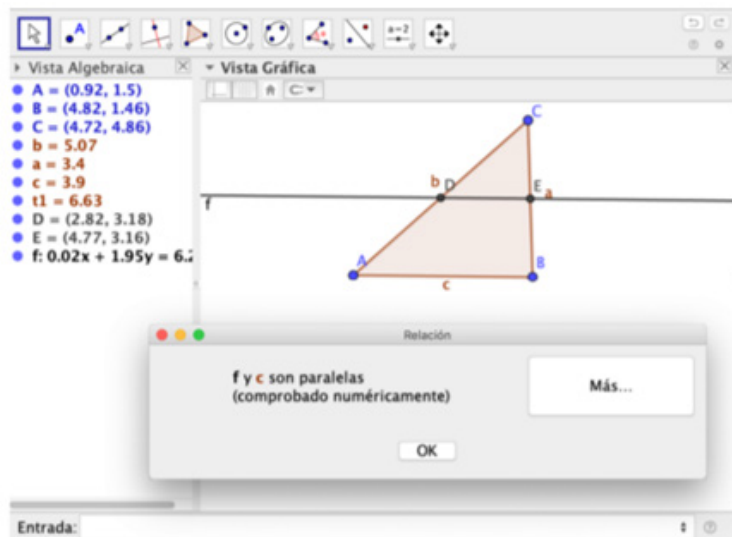


Imagen 3. La respuesta al comando Relación(f,c). Recuperado de: “Herramientas de Razonamiento Automático en GeoGebra: qué son y para qué sirven”.

Fuente: Van Vaerenbergh, Recio, & Vélez. (2019). Conference: Congreso Iberoamericano, Formación IB: La educación ante el nuevo entorno digital. URL: https://www.researchgate.net/profile/M-Velez/publication/340488454_Herramientas_de_Razonamiento_Automatico_en_GeoGebra_que_son_y_para_que_sirven/links/5e8ca0c1a6fdcca789fdc8b3/Herramientas-de-Razonamiento-Automatico-en-GeoGebra-que-son-y-para-que-sirven.pdf?origin=publication_detail

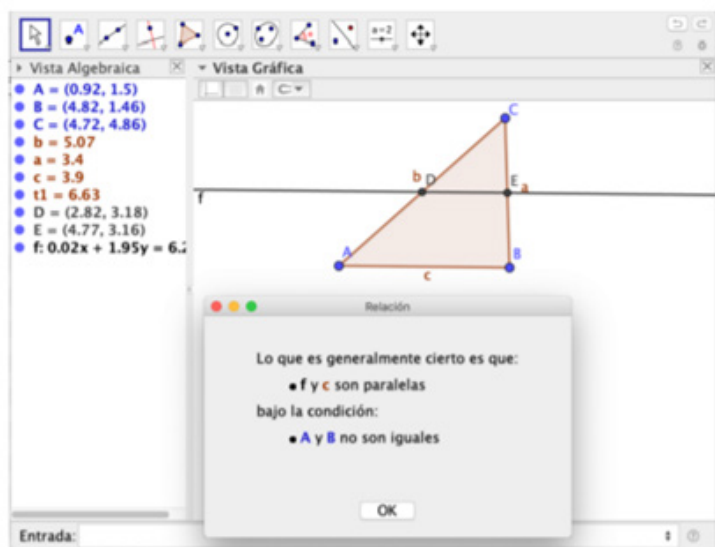


Imagen 4. El resultado de pulsar el icono Más... que aparece en la Figura 2. Recuperado de: “Herramientas de Razonamiento Automático en GeoGebra: qué son y para qué sirven”

Fuente: Van Vaerenbergh, Recio, & Vélez. (2019). Conference: Congreso Iberoamericano, Formación IB: La educación ante el nuevo entorno digital. URL: https://www.researchgate.net/profile/M-Velez/publication/340488454_Herramientas_de_Razonamiento_Automatico_en_GeoGebra_que_son_y_para_que_sirven/links/5e8ca0c1a6fdcca789fdc8b3/Herramientas-de-Razonamiento-Automatico-en-GeoGebra-que-son-y-para-que-sirven.pdf?origin=publication_detail

GeoGebra Discovery

GeoGebra Discovery es una aplicación experimental que extiende GeoGebra con algunas nuevas herramientas geométricas. Dos de las principales son: la herramienta Relación que puede encontrar una relación no trivial entre dos cantidades; y la herramienta Descubrir (Discover) que puede recoger automáticamente las propiedades geométricas de una figura plana. Ambas herramientas se basan en el uso extensivo de las capacidades de GeoGebra. (Kovács, 2021)

Kovács, Recio & Vélez, (2021) explican acerca de estas herramientas lo siguiente:

- Algoritmo de Relación. En términos generales, dada una construcción de geometría plana con puntos libres F_1, F_2, \dots y algunos dependientes puntos D_1, D_2 , segmentos s_1, s_2, \dots , líneas l_1, l_2, \dots y los círculos c_1, c_2, \dots , que se definen jerárquicamente, con base en los puntos libres, decimos que una propiedad geométrica es verdadera en general si la propiedad generalmente se cumple para todas las posiciones posibles no degeneradas de F_1, F_2, \dots . Dado un conjunto de objetos geométricos de la lista mencionada anteriormente, se pueden verificar si existe una propiedad que generalmente se da entre ellos. Por ejemplo, nos gustaría verificar si dos segmentos tienen la misma longitud, o si dos rectas son perpendiculares, o tres puntos son colineales. Para lograr esto, nuestro algoritmo de Relación primero verifica numéricamente las posiciones actuales de un conjunto de objetos dados como su entrada, si ciertas propiedades se mantienen cierto sobre ellos. Si es así, el algoritmo de Relación puede continuar con una segunda ronda después de la verificación numérica: si esa verificación es positiva, se realiza una verificación simbólica utilizando internamente los algoritmos de álgebra de la computadora....para decidir si cual-

quier cambio en las posiciones de los puntos libres modifican la verdad de la propiedad obteniéndose numéricamente. Esta segunda ronda debe ser iniciada por el usuario ya que puede requerir más recursos. Nuestra reciente contribución es que el algoritmo de Relación puede continuar con una segunda ronda también para chequeo de números negativos. Por ejemplo, si se encuentra que dos segmentos no son congruentes en general, tal vez su razón aún pueda ser siempre una constante. En este caso, la herramienta Relación encuentra la constante.

- Algoritmo de Descubrir. Una mejora diferente en la dirección de encontrar mecánicamente las propiedades que se mantienen en una figura dada, es presentado por la nueva herramienta Descubrir (Discover). Requiere solo un punto como entrada. Entonces, nuestro algoritmo comienza una búsqueda combinatoria en busca de diferentes conjuntos de puntos en la construcción que producen existentes u objetos nuevos (p. ej., líneas, segmentos, círculos, que involucren el punto de entrada dado) y revisarlos si hay algún se mantienen las propiedades de una gran lista de pruebas (como congruencia, perpendicularidad, colinealidad). Algunos de estos hallazgos puede ser trivial (como obtener que los puntos en la bisectriz perpendicular de un segmento sean equidistantes desde los puntos finales de los segmentos), pero algunos pueden ser interesantes o incluso sorprendentes.

Aprendizaje de las Matemáticas con GeoGebra

Existen diversas herramientas que pueden ser utilizadas como apoyo para la enseñanza de las matemáticas. GeoGebra es una de ellas. Este software gratuito de matemáticas capaz de asociar objetos geométricos y algebraicos para resolver problemas complejos, relacionando ambas áreas de conoci-

miento. También permite abordar diferentes problemas matemáticos de forma creativa y original. Existen versiones para PC, Mac e incluso para tabletas. Adicionalmente el software cuenta con un repositorio de recursos educativos provistos por la comunidad de usuarios con una gran cantidad de apoyos para las clases, así como la posibilidad de participar en los foros proponiendo problemas y/o proporcionando soluciones a problemas detectados en la experiencia del día a día. (Saldaña Acosta, 2017)

Bonilla (2013), citado por Coronel, Guilcapi, & Vargas, (2018) indica que, gracias a que GeoGebra permite obtener el resultado del ejercicio de una función de forma rápida y precisa, se lo comienza a emplear después de sustentar la teoría de cada concepto (recta, exponencial) que se detallan en el contenido matemático para verificar los resultados que se obtiene al resolver los ejercicios de forma tradicional. Asimismo, refieren a Márquez (1999), el cual resalta la importancia de que un conjunto de técnicas dinámicas sean incluidas como una marca competitiva en la práctica de las matemáticas, pudiendo considerar a GeoGebra ya que es software libre y de fácil manejo que permite trabajar contenidos de geometría, algebra, análisis, calculo, etc. (p. 4)

Por otra parte, en su investigación Costa (2011), citado por Jiménez & Jiménez, (2017) menciona que la mayoría de los alumnos que usan GeoGebra y hacen uso de la matematización inducida, inmediatamente empiezan a desarrollar las competencias de la visualización y la manipulación de los conceptos matemáticos en el entorno visual y manipulativo del software, contrario al planteamiento tradicional, donde los alumnos aprenden a dar solución a problemas estandarizados, lo cual no garantiza un trabajo de reflexión y comprensión de los conceptos matemáticos. (p. 12)

GeoGebra es una alternativa utilizada en el ámbito matemático, difundida como herramienta especializada en gráficas de funcio-

nes en matemática..., ...y su aplicabilidad para las gráficas de funciones que promueve en los docentes, para la representación de funciones que pueden permitir el incremento de la creatividad y la consolidación de geometría espacial; impulsando, de esta manera, su habilitación como seres autónomos, creativos, críticos y emprendedores con capacidades y competencias para actuar y desarrollarse en un contexto cada vez más diverso y desconocido. (Coronel, Guilcapi, & Vargas, 2018, págs. 3, 4)

Por último, Capote, Robaina, & Capote, (2021) en su estudio establecieron, según su propio criterio, las ventajas de usar el GeoGebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en el nivel superior, las cuales se mencionan a continuación:

- Focaliza la atención del estudiante en el aspecto conceptual como base del conocimiento matemático, propiciando las condiciones para la sistematización de conocimientos matemáticos desde la recurrencia a lo conceptual.
- Contribuye a elevar la motivación hacia el aprendizaje de la Matemática, posibilitando un aprendizaje más dinámico e interactivo.
- Refuerza la interacción sujeto-objeto del conocimiento pues el estudiante puede corroborar sus resultados, repetir acciones de forma autónoma, sintiéndose parte y responsable de sus acciones al interactuar con el software.
- Estimula el desarrollo de diferentes formas de pensamiento, en particular el divergente.
- Refuerza el empleo de los recursos heurísticos, recurriendo al contenido matemático para la obtención y aplicación del conocimiento al interactuar con el software y con otros en la búsqueda y aplicación del conocimiento.
- Propicia el desarrollo del trabajo inde-

pendiente, disminuye el tiempo destinado al aprendizaje de nuevos contenidos y posibilita un aprendizaje más eficiente.

- Refuerza las acciones educativas del profesor al sustentar el debate y la reflexión estimulando un aprendizaje cooperativo mediante el uso constructivo del error.
- Potencia la diferenciación de la enseñanza sobre la base de las necesidades reales de los estudiantes a partir de las múltiples relaciones que se establecen con la utilización de GeoGebra.
- Sistematiza los aspectos teóricos de la Matemática a partir de su aplicación práctica a las situaciones del contexto educativo.
- Estimula el empleo de las TIC, desarrollando habilidades en el manejo de las mismas.
- Posibilita la utilización de otros recursos tecnológicos como teléfonos, dependiendo de las posibilidades de cada estudiante.

Conclusión

Una de las nuevas herramientas que aparece en las últimas versiones de GeoGebra es el comando "Relación". Este comando permite investigar diferentes relaciones entre dos o más elementos de una construcción geométrica, al mismo tiempo, compara sus medidas o sus posiciones relativas. Dichas comparaciones se encuentran respaldadas las Art GeoGebra, las cuales otorgan validez matemática a las inferencias establecidas.

El comando "Relación" aporta, además, información acerca de las condiciones que requieren satisfacerse para la completa veracidad de las inferencias realizadas. En consecuencia, facilita la reflexión de forma más precisa sobre las características de esas construcciones, y sobre sus ventajas o limitaciones.

Asimismo, por medio de dos nuevas herramientas de alto nivel (Discover and Relation) y el comando Compare de bajo nivel, capaces de obtener mecánicamente tesis verificadas por dos elementos de una construcción, permiten a GeoGebra formular automáticamente las propiedades que se mantienen en una determinada figura, sin requerir ninguna intervención del usuario, excepto la de centrar la investigación de la máquina sobre algunos objetos geométricos dados.

Las nuevas Art Geogebra permiten la verificación matemática rigurosa y el descubrimiento automático de proposiciones generales sobre figuras de geometría euclídea construidas por el usuario.

Por último, es importante destacar que este software es de gran importancia en el aprendizaje de las matemáticas en diferentes niveles de educación, abarcando en la actualidad un gran número de usuarios en todo el mundo, por sus variadas características, es gratuito y de fácil uso, capaz de asociar objetos geométricos y algebraicos para resolver problemas complejos, relacionando ambas áreas de conocimiento. Asimismo, puede abarcar diversos problemas matemáticos de forma creativa y original.

Bibliografía

- Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015). The effects of GeoGebra on students achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 172, 208 – 214. Recuperado el 25 de noviembre de 2021, de <https://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/S1877042815003936?token=9E58D230FAA7BB3EB2777DF427D12E413432C5B62AEA70446F1AD1B751F8F1D0A40A935EF9F89B86BFBB80B13095DB66&originRegion=us-east-1&originCreation=20220116010037>
- Ballesteros, V., Lozano, S., & Rodríguez, O. (2020). Noción de aproximación del área bajo la curva utilizando la aplicación Calculadora Gráfica de GeoGebra. *Praxis & Saber*, 11(26). doi:<https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9989>
- Capote, N., Robaina, I., & Capote, M. (2021). Tareas docentes con GeoGebra en la Matemática Superior I para Contabilidad y Finanzas. *Mendive. Revista de Educación*, 19(3), 809-820. Recuperado el 16 de noviembre de 2021, de <https://mendive.upr>

edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/2136/html

Coronel, F. M., Guilcapi, J., & Vargas, J. (2018). Uso de Geogebra y su incidencia en el proceso enseñanza- aprendizaje de grafica de funciones en el nivel superior. *European Scientific Journal*, 14(21), 1-11. doi:10.19044/esj.2018.v14n21p1

Jiménez, J., & Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7), 1-17. Recuperado el 30 de noviembre de 2021, de <https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/download/654/736/2631>

Kovács, Z. (05 de junio de 2021). ResearchGate. doi:10.13140/RG.2.2.36407.44963

Kovács, Z., Recio, T., & Vélez, M. P. (junio de 2021). Automated reasoning tools in GeoGebra Discovery. *ACM Communications in Computer Algebra*, 55(2), 39-43. Recuperado el 20 de noviembre de 2021, de https://dl.acm.org/doi/pdf/10.1145/3493492.3493495?casa_token=Zbnpm_f2twkAAAAA:qYuP6FNO46IO-cB-1BHPzUI5tCTNaTgkbzTILgprkKWHODiRwo1qD_Eun8I3u6a3L4UUWUYutNUoujA

Patiño Delgado, J. (2021). Estrategia pedagógica mediada por GeoGebra para el aprendizaje del pensamiento geométrico. Tesis de Mestría en Educación, Universidad de la Costa (CUC), Departamento de Humanidades, Barranquilla. Recuperado el 28 de noviembre de 2021, de <https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/8446/Estrategia%20pedag%C3%B3gica%20mediada%20por%20GeoGebra%20para%20el%20aprendizaje%20del%20pensamiento%20geom%C3%A9trico.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

Rojas Bello, R. R. (2020). Introducción del GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de Geometría a docentes en formación. *Revista Caribeña de Investigación Educativa (RECIE)*, 4(1), 124-134. doi:<https://doi.org/10.32541/recie.2020.v4i1>

Saldaña Acosta, R. (06 de junio de 2017). GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas. El Observatorio. Recuperado el 29 de noviembre de 2021, de <https://observatorio.tec.mx/edubits-blog/2017/6/6/geogebra-para-la-enseanza-de-las-matemticas>

Torres, C., & Racedo, D. (2014). Estrategia didáctica mediada por el software GeoGebra para fortalecer la enseñanza - aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria. Tesis de Magister, Universidad de la Costa (CUC), Maestría en Educación, Barranquilla. Recuperado el 18 de noviembre de 2021, de <https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/1284/Estrategia%20did%C3%A1ctica%20mediada%20por%20el%20software.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

Ueno Jacue, C. (2019). Explorando relaciones geométricas en GeoGebra . *Números, Revista Didáctica de Matemáticas*, 102, 97-106. Recuperado el 18 de noviembre de 2021, de <http://funes.uniandes.edu.co/14871/1/Ueno2019Explorando.pdf>

Van Vaerenbergh, S., Recio, T., & Vélez, M. P. (2019). Herramientas de Razonamiento Automático en GeoGebra: qué son y para qué sirven. Conference: Congreso Iberoamericano, Formación IB: La educación ante el nuevo entorno digital, 1-9. Recuperado el 20 de noviembre de 2021, de https://www.researchgate.net/profile/M-Velez/publication/340488454_Herramientas_de_Razonamiento_Automatco_en_GeoGebra_que_son_y_para_que_sirven/links/5e8ca0c1a6fdcca789fdc8b3/Herramientas-de-Razonamiento-Automatco-en-GeoGebra-que-son-y-para-que-sirven.p

CITAR ESTE ARTICULO:

Ordóñez García, K. I., Molina Ortiz, M. I., & Ordoñez García, J. E. (2022). Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender matemáticas. *RECIAMUC*, 6(1), 182-192. [https://doi.org/10.26820/reciamuc/6.\(1\).enero.2022.182-192](https://doi.org/10.26820/reciamuc/6.(1).enero.2022.182-192)



CREATIVE COMMONS RECONOCIMIENTO-NOCOMERCIAL-COMPARTIRIGUAL 4.0.